

Кухтенков Юрій Михайлович (Кухтенков Юрий Михайлович, Kukhtenkov Yurii Michaylovych) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (050) 30-30-629; e-mail: kuhtenkov.um@gmail.com.

Крупа Євгеній Сергійович (Крупа Евгений Сергеевич, Krupa Evgeniy Sergeevich) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (095) 315-59-42; e-mail: zhekr@ukr.net.

УДК 539.01

Е. А. НАБОКА, А. Л. ГРИГОРЬЕВ

УТОЧНЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ СИНФАЗНЫХ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ АКТИВНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Для описания колебаний активной механической среды, имеющей дефекты и использующей энергию гистерезисного перехода материала при его расширении в объеме дефектов, уточнена зависимость модуля Ламе всестороннего сжатия от плотности. В результате этого уточнения из известной математической модели упругого континуума выведено новое уравнение типа Клейна – Гордона для продольных колебаний среды, создающих синфазное поле изменения давления и плотности, и волновое векторное уравнение для синфазных продольно-поперечных колебаний, создаваемых неподвижными и движущимися зарядами (токами). Показано, что для этой модели плоские (или сферические) синфазные волны распространяются с одинаковой скоростью, что соответствует известному свойству физического пространства. Получена факторизация волнового векторного уравнения в форме системы уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Указана причина стабилизации амплитуды синфазных колебаний давления и плотности среды (температурный фактор).

Ключевые слова: активная среда, механические колебания, гистерезис, синфазное поле, модули упругости, волновое уравнение, уравнение Клейна – Гордона, уравнения Максвелла, условие Лоренца, электромагнитное поле, потенциалы поля.

О. О. НАБОКА, О. Л. ГРИГОР'ЄВ

УТОЧНЕНІ РІВНЯННЯ СИНФАЗНИХ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ АКТИВНОГО МЕХАНІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА

З метою описання активного механічного середовища, що має дефекти та використовує енергію гістерезисного переходу матеріалу при його розширенні в об'ємі дефектів, уточнено залежність модуля Ламе всебічного стиснення від щільності. Як результат цього уточнення із відомої математичної моделі пружного континуума виведено нове рівняння типу Клейна – Гордона для поздовжніх коливань середовища, що утворюють синфазне поле зміни тиску та щільності, а також хвильове векторне рівняння для синфазних поздовжньо-поперечних коливань, породжених нерухомими зарядами та зарядами, що рухаються (токами). Показано, що для цієї моделі плоскі (або сферичні) синфазні хвилі розповсюджуються з однаковою швидкістю, що відповідає відомій властивості фізичного простору. Отримано факторизацію хвильового векторного рівняння у формі системи рівнянь Максвелла для електромагнітного поля. Вказано причину стабілізації амплітуди синфазних коливань тиску та щільності середовища (температурний фактор).

Ключові слова: активне середовище, механічні коливання, гістерезис, синфазне поле, модуль пружності, хвильове рівняння, рівняння Клейна – Гордона, рівняння Максвелла, умова Лоренца, електромагнітне поле, потенціали поля.

O. O. NABOKA, A. L. GRIGORIEV

SPECIFIED EQUATIONS OF IN-PHASE ELASTIC VIBRATIONS OF ACTIVE MECHANICAL MEDIUM

The vibrations of active mechanical medium featuring defects and using the energy of the hysteresis transition of the material as it expands inside the defect volumes is described by specifying the dependence of the Lamé bulk modulus on the density. As a result of this specification a new Klein – Gordon type equation describing longitudinal vibrations of the medium, which give rise to an in-phase pressure and density variation field, as well as a vector wave equation for longitudinal and transverse vibrations generated by stationary and moving charges (currents) are derived from the well-known mathematical model of elastic continuum. For this new model the plane (or spherical) in-phase waves are shown to have the same propagation speed which is in good agreement with the known property of physical space. The vector wave equation is factorized in the form of a system of the electromagnetic field Maxwell's equations. The cause for stabilizing the amplitude of pressure and medium density vibrations is indicated (temperature factor).

Key words: active medium, mechanical vibrations, hysteresis, in-phase space, elasticity modulus, wave equation, Klein – Gordon equation, Maxwell's equation, Lorentz condition, electromagnetic field, field potentials.

Введение. Известно, что в наше время основным фактором, влияющим на темпы технического прогресса и повышение качества жизни людей, является дефицит энергии. Переход к ядерной энергетике, как показывает опыт последних лет, не является панацеей, а перспективы управляемого термоядерного синтеза в земных условиях существенно ограничены проблемами извлечения дейтерия (из морской воды) и производства трития (на ускорителях). Поэтому остаётся актуальным поиск принципиально новых источников энергии, который, на самом деле, никогда не прекращался и продолжается в наши дни. Знаменитая формула Эйнштейна [1]

$$E = c^2 \cdot m$$

указывает на существование внутренней энергии E у любой массы m , и, поскольку коэффициент пропорциональности здесь большой,

$$c^2 \approx 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2,$$

величина этой энергии огромна. Для примера рассмотрим стальную гирю массой 200 г. Этой массы, если овладеть соответствующей технологией и перевести её в фотоны, будет достаточно, чтобы получать 1 млн киловатт тепловой мощности в течение 7 месяцев. *Сжигание* в гипотетическом фотонном реакторе 36 кг любого вещества закроет все годовые затраты Украины по электрической, тепловой и другим видам энергии.

В то же время, приведенный пример показывает, насколько опасными могут оказаться соответствующие эксперименты с физическим пространством, и проводить их, без необходимой подготовки, не рекомендуется. Наверное, *в современных условиях и передавать людям эту технологию было бы безответственно* [2]. Но это не означает, что данной тематикой не нужно заниматься. Высокие технологии всегда находят *конверсионную составляющую*, имеющую непосредственное прикладное значение, и эта тематика не станет исключением. Напомним, что первым практическим применением ядерной физики была не атомная бомба, а рентгенография, и до 1938-го года все результаты научных исследований публиковались открыто.

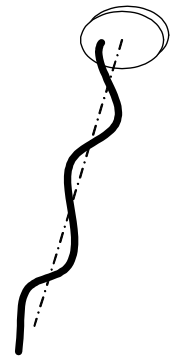
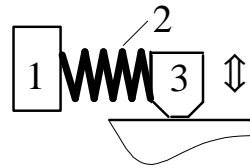
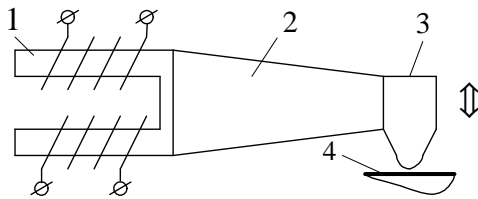


Рис. 1 – Принципиальные схемы устройств для ультразвуковой обработки металлов: 1 – электромагнитный генератор (либо магнитострикционный или пьезокварцевый элемент); 2 – волновод; 3 – индентор; 4 – обрабатываемая поверхность. Использование винтового волновода, колеблющегося синфазно, уменьшает потери на трение и облегчает компоновку устройства.

Рис. 2 – Синфазный винтовой титановый соноотрод для гомогенизатора биологического материала.

Указанных рисков можно избежать, если ограничиться работой с абстрактными математическими моделями; так сейчас в основном и поступают. Но в [3 – 6] решили пойти дальше и выполнить математическое (а в перспективе – и физическое) моделирование реальной среды, обладающей свойствами физического пространства. В основу математического моделирования были положены уравнения, описывающие упругую механическую среду, и такой выбор сделан по следующим причинам:

- он отвечал той классической традиции [7 – 9], которую к началу 20-го столетия успели заложить в физическую науку Джеймс Максвелл и Анри Пуанкаре;
- в любой серьезной научной аудитории найдётся не пустое множество учёных, обладающих механической интуицией, то есть той частью знания, которую трудно формализовать, но именно она помогает решать трудные задачи;
- сплошная механическая среда лучше всего изучена и с ней легко экспериментировать;
- возможные конверсионные приложения будут касаться упругих элементов машин, то есть имеют прямое отношение к широкому кругу инженерных задач (напр., к приводам для передачи механических колебаний, показанным на рис. 1, 2 и описанных в [10]).

Но в отличие от тех задач, которые рассматривали Максвелл и Пуанкаре, новая механическая среда является *активной*. Понятие активной среды пришло в современную науку относительно недавно, в 1970-е годы, причём из биологии; как оказалось, таким свойством обладают ткани сердечной мышцы. В активной среде существует внутренняя энергия, которая используется для поддержания амплитуды колебаний распространяющихся волн. В сердце она имеет химическую природу, а в механической среде, рассмотренной в [3 – 6], – это потенциальная энергия упругопластической деформации (рис. 3). Химические и другие типы реакций не обеспечат необходимую для данного случая скорость релаксации напряжений, поэтому выбор в пользу механической среды, по нашему убеждению, является безальтернативным.

Известно, что с открытием *солитонов*, которые обладают квантовыми и релятивистскими свойствами, появилась надежда вернуть квантовую физику в лоно классической,

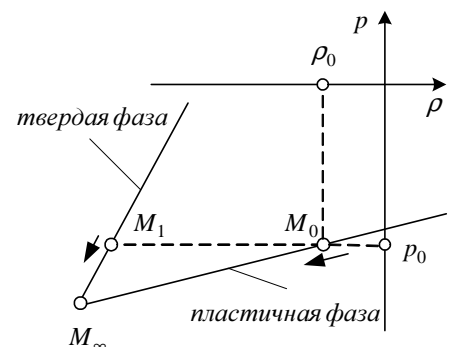


Рис. 3 – Гистерезисный переход вещества среды по пути $M_0 M_\infty M_1$. Стрелки обозначают направление расширения среды; ρ , p – ее плотность и давление. Точка M_∞ отвечает потере стабильности материи [6].

то есть возратить физике микромира наглядность,

и, следуя Эрвину Шредингеру, рассматривать её как раздел волновой механики (а если говорить точнее – как нелинейную вибромеханику упругой среды, расширяющейся за счет деформации дефектов).

Постановка задачи. Целью публикации является уточнение и развитие некоторых аспектов теории активной механической среды, изложенных в [3] и цитированной там литературе. В частности, подлежат уточнению следующие моменты:

- уравнения динамических деформаций упругой среды с дефектами;
- уравнения синфазных волновых полей продольных и поперечных деформаций.

В работах [3 – 6] для описания колебаний активной механической среды использовано дифференциальное уравнение

$$\partial(\rho \cdot \partial \vec{u} / \partial t) / \partial t = \text{grad}(K \cdot \text{div} \vec{u}) - \text{rot}(G \cdot \text{rot} \vec{u}) + \vec{F}, \quad (1)$$

где $\vec{u}(x, y, z, t)$ – малое упругое смещение точки с координатами x, y, z в момент времени t ; ρ – плотность среды, являющаяся функцией давления p (на рис. 3 этой зависимости отвечает график для пластичной фазы); G – модуль сдвига, пропорциональный плотности, $G = c^2 \rho$; $K = a^2 \rho$ – модуль Ламе объёмного сжатия,

$$K = (2 + 2\mu / (1 - 2\mu)) \cdot G;$$

a, c – скорости звука для продольных и поперечных колебаний; μ – коэффициент Пуассона (который в этой модели среды является постоянной величиной); $\vec{F} = \rho \vec{\Psi}$ – поле плотностей сил на границах дефектов.

Уравнение (1) решалось при использовании векторного и скалярного потенциалов в форме

$$\vec{u} = \text{rot} \vec{A} + \text{grad} \varphi, \quad (2)$$

причём потенциалы φ и \vec{A} удовлетворяли волновым уравнениям

$$a^{-2} \cdot \partial^2 \varphi / \partial t^2 = \Delta \varphi + U / K, \quad (3)$$

$$c^{-2} \cdot \partial^2 \vec{A} / \partial t^2 = \Delta \vec{A} + \vec{L} / G, \quad (4)$$

где $\vec{F} = \text{rot} \vec{L} + \text{grad} U$; $\Delta[\cdot]$, $\Delta[\cdot]$ – дифференциальные операторы Лапласа,

$$\Delta \varphi = \text{div grad} \varphi; \quad \Delta \vec{A} = \text{grad div} \vec{A} - \text{rot rot} \vec{A}.$$

После учета дефектов, возможная форма которых показана на рис. 4, 5, уравнение (3) было уточнено и заменено на систему

$$\rho_0 \partial^2 \varphi / \partial t^2 = -p; \quad a^{-2} \partial^2 p / \partial t^2 = \text{div grad} p - (\omega_c / a)^2 (p - p_0), \quad (5)$$

где ω_c – некоторая константа, имеющая размерность круговой частоты и вычисляемая по формулам [4].

Уравнения (5) имеют синфазное решение

$$p = p_0 + p_* \cdot \sin \omega_c t,$$

откуда следовали равенства

$$\rho = \rho_0 + \rho_* \cdot \sin \omega_c t, \quad K = K_0 + K_* \cdot \sin \omega_c t, \quad G = G_0 + G_* \cdot \sin \omega_c t,$$

причём коэффициенты, используемые в правых частях этих равенств, были одинаковы для всего колеблющегося объёма и являлись медленно изменяющимися во времени величинами либо константами.

Отсюда в предположении $\omega \ll \omega_c$, где ω – круговая частота анализируемого процесса, после усреднения были получены волновые поля синфазных поперечных колебаний среды вида

$$\vec{u} = \vec{u}_* \cdot \sin \omega_c t, \quad \vec{L} = \vec{L}_* \cdot \sin \omega_c t,$$

причем амплитуды \vec{u}_* удовлетворяли уравнению

$$\rho_* \cdot \partial^2 \vec{u}_* / \partial t^2 = -G_* \cdot \text{rot rot} \vec{u}_*, \quad (6)$$

и равенству $\vec{u}_* = \text{rot} \vec{A}_*$, где

$$c^{-2} \cdot \partial^2 \vec{A}_* / \partial t^2 = \Delta \vec{A}_* + \vec{L}_* / G_*.$$

Далее уравнение (6) получило факторизацию в форме уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{E}_* = -c^{-1} \cdot \partial \vec{H}_* / \partial t, & \text{div} \vec{E}_* = 4\pi \cdot q_*, \\ \text{rot} \vec{H}_* = c^{-1} \cdot \partial \vec{E}_* / \partial t + (4\pi / c) \cdot \vec{J}_*, & \text{div} \vec{H}_* = 0, \end{cases}$$

и закона сохранения заряда

$$\text{div} \vec{J}_* + \partial q_* / \partial t = 0,$$

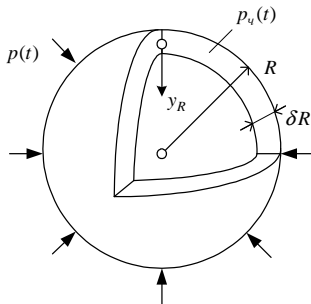


Рис. 4 – Дефект в форме пустотелой оболочки [6].

где величина заряда и плотность тока определяются равенствами

$$q_* = -\operatorname{div} \vec{L}_* / (4\pi), \quad \vec{J}_* = (\partial \vec{L}_* / \partial t) / (4\pi).$$

Однако указанная факторизация, при внешнем сходстве с уравнениями электромагнитного поля, имеет существенный недостаток. Формула для напряженности электрического поля

$$\vec{E}_* = -\operatorname{grad} \Phi_* - c^{-1} \cdot \partial \vec{A}_* / \partial t$$

использует скалярный потенциал Φ_* , который связан с векторным потенциалом \vec{A}_* условием Лоренца

$$\operatorname{div} \vec{A}_* + c^{-1} \cdot \partial \Phi_* / \partial t = 0. \quad (7)$$

С формальной точки зрения появление этого потенциала не противоречит остальным выкладкам и преобразованиям из [4], но физический смысл его остается неясным. Поскольку скорость распространения продольных волн выше,

чем у поперечных колебаний, потенциал Φ_* не может быть связан с потенциалом φ_* , получаемым после усреднения уравнения (3),

$$a^{-2} \cdot \partial^2 \varphi_* / \partial t^2 = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi_* + U_* / K_*.$$

Выход из возникшего противоречия, как всегда это бывает в серьезных случаях, был подсказан самой природой. Но прежде нужно сделать два замечания.

Во-первых, в таком же тупике в свое время оказался и Джеймс Максвелл, который пытался дать механическую интерпретацию своим уравнениям на основе особого устройства упругой среды, которую в его время называли *эфиром*. В конце концов, он справился с этой задачей [7], но остальные физики посчитали его решение слишком сложным, чтобы быть правильным. И с тех пор в их среде укоренилась следующая поговорка:

«В уравнениях Максвелла существенны именно уравнения».

Во-вторых, анализируя поля напряжений и деформаций твёрдого тела, можно найти обоснование для эффектов электромагнетизма. Физики, работавшие после Максвелла, объясняли аналогию по-своему: это, мол, неудивительно, поскольку механика твёрдого поликристаллического тела базируется на уравнениях электромагнитного поля, полученных всё тем же Максвеллом. В этом они правы, но у Максвелла (и у Анри Пуанкаре в монографии [8]) речь шла о другом твёрдом теле, первичном в отношении нашего электромагнетизма и более «тонком» по сравнению с нашими твёрдыми телами. Механика этого тонкого тела также базируется на уравнениях Максвелла, но они справедливы для другого электромагнитного поля, более «тонкого», чем наше. Проблему лучше других понял *Давид Гильберт*, который сформулировал тезис о двойной бесконечности. У материи, по Гильберту [11], имеется иерархическая последовательность вложенных структур \mathbb{k}_j , неограниченная в обе стороны:

$$\dots \subset \mathbb{k}_{-n} \subset \dots \subset \mathbb{k}_{-2} \subset \mathbb{k}_{-1} \subset \mathbb{k}_0 \subset \mathbb{k}_1 \subset \mathbb{k}_2 \subset \dots \subset \mathbb{k}_n \subset \dots$$

Нашему уровню материи соответствует структура \mathbb{k}_0 . Сверхзадача фундаментальной физики – понять, как устроена структура \mathbb{k}_{-1} , несущая наш мир «на своих плечах», и увидеть структуру \mathbb{k}_1 , существование которой поддерживается нашим миром. Первая задача решается в микрофизике, вторая – в космологии.

Схематическое изображение структуры \mathbb{k}_1 показано на рис. 6. Как показывают результаты астрономических исследований, галактики во Вселенной располагаются не хаотично, а образуют своеобразные стенки пузырей, внутри которых светящейся материи нет. Следовательно, естественно предположить, что и структура \mathbb{k}_{-1} устроена аналогичным образом, то есть состоит из ячеек, имеющих тонкие упругие стенки.

Как известно, у тонких оболочек деформации сдвига не возникают, а изгиб и продольное сжатие определяются модулем упругости E . В результате **формальной** реализации такого предположения уравнение (1) приобретет следующий вид:

$$\partial(\rho \cdot \partial \vec{u} / \partial t) / \partial t = \operatorname{grad}(E \cdot \operatorname{div} \vec{u}) - \operatorname{rot}(E \cdot \operatorname{rot} \vec{u}) + \vec{F} \quad (8)$$

и, после учета равенства $E = c^2 \rho$, где c – скорость распространения волн упругих (продольных и поперечных) колебаний, приведет к следующим изменениям уравнений (3) и (4):

$$c^{-2} \cdot \partial^2 \varphi / \partial t^2 = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi + U / E, \quad (3a)$$

$$c^{-2} \cdot \partial^2 \vec{A} / \partial t^2 = \Delta \vec{A} + \vec{L} / E. \quad (4a)$$

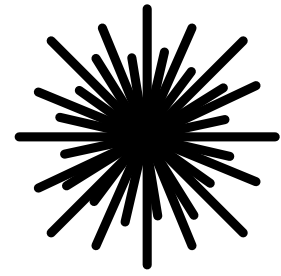


Рис. 5 – Дефект в форме снежинки из кристаллических нитей [6].

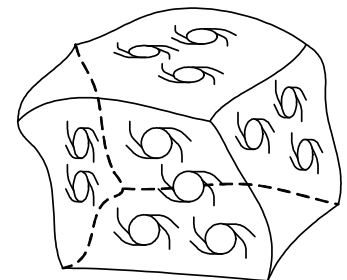


Рис. 6 – Стенки из галактик в силу принципа фрактальности являются моделью для дефектов микромира.

Однако, скалярный потенциал φ обязан также удовлетворять и системе (5), что при выполнении условия $\omega_c \neq 0$ становится невозможным. Следовательно, такая модель не учитывает влияние дефектов и не приводит к образованию синфазного поля колебаний плотности, без чего данное в [5] объяснение эффекта квантования зарядов и приведенное ниже объяснение отсутствия в уравнениях (1) и (8) силы трения становятся несостоятельными.

Вместе с тем следует заметить, что открытая современными астрономами ячеистая крупномасштабная структура Вселенной (рис. 6), а также выявленная ими же высокая скорость движения галактик, позволяет сделать три вывода, полезных для нашего исследования:

- упругий материал среды следует считать пористым, поэтому он имеет коэффициент Пуассона $\mu \approx 0$ (как у пробки);
- пульсации зарядов, сопровождающиеся неизбежными потерями энергии на трение, не приводят к чрезмерному перегреву среды и изменению её упругих свойств;
- гистерезисный переход материала среды (рис. 3) происходит в разных ее точках и не исчерпывает всей запасенной энергии.

Уточненное уравнение колебаний упругого континуума. Примем, как указывалось выше, что коэффициент Пуассона $\mu = 0$. Тогда при статических деформациях модуль Ламе всестороннего сжатия

$$K = 2G,$$

где G – это модуль сдвига. Заметим, что коэффициент 2 в этом равенстве определяется особенностями деформации: при сжатии квадрата упругий материал сжимается в направлении его стороны, а при чистом сдвиге он растягивается в направлении диагонали квадрата, которая в $\sqrt{2}$ длиннее стороны; кроме того, горизонтальная проекция силы в $\sqrt{2}$ раз меньше самой силы.

Учтем, что в известных равенствах

$$K = a^2 \rho \quad \text{и} \quad G = c^2 \rho,$$

где a, c – скорость звука для продольных и поперечных колебаний, соответственно, скорости звука от колебаний плотности не зависят. Кроме того, поскольку плотность ρ зависит от $\text{div } \vec{u}$,

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \text{div } \vec{u}),$$

и не зависит от $\text{rot } \vec{u}$, первое равенство следует уточнить, и считать, что

$$K = c^2 (\rho_0 + \rho).$$

Действительно, в равенстве (1) величина скалярного потенциала имеет физический смысл давления среды и при колебаниях дивергенции описывается таким интегралом:

$$K = \int_0^1 a^2 \rho_0 (1 + \theta \cdot \text{div } \vec{u}) d\theta = a^2 \rho_0 \cdot (1 + 0.5 \cdot \text{div } \vec{u}) = 0.5 a^2 (\rho_0 + \rho_0 (1 + \text{div } \vec{u})) = c^2 (\rho_0 + \rho),$$

что и требовалось показать.

Кроме того, как это следует из выкладок работы [6], если влияние дефектов учитывать как равномерно распределенную величину, то

$$\text{div } \vec{\Psi} = -\rho_0 \omega_c^2 \cdot \text{div } \vec{u} \quad \text{и} \quad \text{rot } \vec{\Psi} = -\rho_0 \omega_c^2 \cdot \text{rot } \vec{u},$$

откуда следует равенство,

$$\vec{\Psi} = -\rho_0 \omega_c^2 \cdot \vec{u}, \quad (9)$$

где $\omega_c = \sqrt{\varepsilon_d} \cdot c / R$; ε_d – объёмная доля дефектов; R – средний радиус дефекта.

Для примера, если принять характерные для задач квантовой физики значения $R = 10^{-20}$ м, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, $\varepsilon_d = 10^{-6}$ (то есть считать, что объёмная доля дефектов примерно такая же, как у материала пробки), то получим синфазную частоту $\omega_c = 3 \cdot 10^{25}$ 1/с, которая превышает частоты покоя электрона и протона.

Если же в анализируемой области среды содержатся еще и заряды, внутри которых плотность (и давление) изменяются по более сложным зависимостям, чем анализируются в этой статье, то их влияние учитываем за счет дополнительного слагаемого вида $(\rho - \rho_0) \vec{\Psi}_q$.

Причем, в этом же слагаемом, в принципе, можно учесть аналогичное влияние дефектов, которые играют роль *микрочарядов* и колеблются с той же синфазной частотой и одинаковой фазой (но, в отличие от зарядов, они относительно среды неподвижны и токов не образуют). В результате получаем «океан отрицательных зарядов», которые равномерно распределены по всей среде. О подобной ситуации в своих моделях рассуждал Поль Дирак [12], но у него вместо микрочарядов фигурировали неподвижные электроны. Известно, что указанные

распределения зарядов не создают суммарных электромагнитных сил, поэтому в теории электромагнитного поля ими пренебрегают. Однако они способны объяснить наблюдаемую асимметрию между стабильными положительными и отрицательными зарядами, которые в нашей части Вселенной в основном представлены протонами и электронами, массы которых различаются почти в 2000 раз. Впрочем, этот важнейший вопрос здесь мы в подробностях освещать не будем, а рассмотрим его в дальнейших публикациях цикла.

В результате указанных уточнений уравнение (1) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = \text{grad} \left(c^2 \rho_0 \text{div} \vec{u} \right) + \left[\text{grad} \left(c^2 \rho \text{div} \vec{u} \right) - \text{rot} \left(c^2 \rho \text{rot} \vec{u} \right) \right] - \rho_0 \omega_c^2 \cdot \vec{u} + (\rho - \rho_0) \vec{\Psi}_q,$$

или, если кроме преобразования левой части, в правой части дополнительно учесть гистерезисное трение с коэффициентом трения $k_{mp} \in [0.01; 0.1]$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left((\rho - \rho_0) \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) = c^2 \rho_0 \text{grad div} \vec{u} + c^2 \Delta \left[\rho \cdot \left(\vec{u} + \frac{k_{mp}}{\omega_c} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \right) \right] - \rho_0 \omega_c^2 \cdot \vec{u} + (\rho - \rho_0) \vec{\Psi}_q. \quad (10)$$

Уравнение (10) связывает между собой два неизвестных поля – скалярное поле плотностей ρ и векторное поле смещений \vec{u} , которые, кроме того, удовлетворяют системе соотношений типа (2) и (5):

$$\rho_0 \partial^2 \varphi / \partial t^2 = -p; \quad c^{-2} \partial^2 p / \partial t^2 = \text{div grad } p - (\omega_c / c)^2 (p - p_0), \quad (11)$$

где $\vec{u} = \text{rot } \vec{A} + \text{grad } \varphi$.

Поэтому, решение системы уравнений (10), (11) проведем по следующему правилу.

Прежде всего, к тем составляющим равенства (10), которые не содержат переменную плотность ρ (то есть, это линейные составляющие данного равенства), применим оператор $\text{div}[\cdot]$, и получим:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_0 c^2 \text{div} \vec{u}) = \text{div grad} (\rho_0 c^2 \text{div} \vec{u}) - \rho_0 \omega_c^2 \text{div} \vec{u}. \quad (12)$$

Учтем, что давление $p = p_0 + 2c^2 \rho_0 \text{div} \vec{u}$, откуда $\rho_0 c^2 \text{div} \vec{u} = \frac{p - p_0}{2}$.

Следовательно, (12) принимает вид уравнения Клейна – Гордона для давления p :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \Delta p - \frac{\omega_c^2}{c^2} (p - p_0). \quad (13)$$

В [6] было получено такое же уравнение, но там вместо скорости c в записи уравнения (13) участвует скорость a . Теперь мы видим, что у уравнений (12) и (13) в анализируемой среде используются одинаковые скорости.

Далее займемся слагаемыми (10), содержащими ρ . Уравнение (13) имеет синфазное решение:

$$p = p_0 + p_* \cdot \sin \omega_c t; \quad \text{откуда} \quad \rho = \rho_0 + \rho_* \cdot \sin \omega_c t,$$

где ω_c – синфазная частота; ρ_0, ρ_* – это константы. Будем считать, что

$$\vec{\Psi}_q = \vec{\Psi}_* \cdot \sin \omega_c t,$$

тогда и решение уравнения (10) для смещения \vec{u} естественно искать в таком же виде:

$$\vec{u} = \vec{u}_* \cdot \sin \omega_c t,$$

где $\vec{\Psi}_*, \vec{u}_*$ – это амплитуды соответствующих колебаний, которые являются медленно изменяющимися функциями времени и имеют (по крайней мере) частные производные третьего порядка по координатам.

То есть, векторы $\vec{\Psi}_*$ и \vec{u}_* образуют так называемые *волновые поля* синфазных колебаний.

Подставим эти выражения для $\vec{u}, \rho, \vec{\Psi}$ в (10) и применим к обеим частям уравнения операцию усреднения по времени. Для этого вычислим среднее интегральное значение левой части уравнения (10) по промежутку времени $[t-T, t]$, где $T = n 2\pi \omega_c^{-1}$, $n \gg 1$. Несложно видеть, что в результате усреднения первое слагаемое в левой части (10) пропадает, а усреднение второго слагаемого дает:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} &= \frac{\partial \vec{u}_*}{\partial t} \sin \omega_c t + \omega_c \vec{u}_* \cos \omega_c t, \\ \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \frac{\partial}{\partial \tau} \left((\rho - \rho_0) \frac{\partial \vec{u}}{\partial \tau} \right) d\tau &= \frac{1}{T} \left(\rho_* \sin \omega_c \tau \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial \tau} \right) \Big|_{t-T}^t = \frac{1}{T} \left[\rho_* \left(\frac{\partial \vec{u}_*}{\partial \tau} \sin^2 \omega_c \tau + 0.5 \omega_c \vec{u}_* \sin 2\omega_c \tau \right) \right] \Big|_{t-T}^t = \\ &= \frac{1}{T} \left[0.5 \rho_* \left(\frac{\partial \vec{u}_*}{\partial \tau} \cdot (1 - \cos 2\omega_c \tau) + \omega_c \vec{u}_* \sin 2\omega_c \tau \right) \right] \Big|_{t-T}^t = \frac{1}{T} \left(0.5 \rho_* \cdot \frac{\partial \vec{u}_*}{\partial \tau} \right) \Big|_{t-T}^t = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(0.5 \rho_* \cdot \frac{\partial \vec{u}_*}{\partial \tau} \right) \Big|_{\tau=\xi \in [t-T, t]} \approx 0.5 \rho_* \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}_*}{\partial t^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, среднее интегральное значение левой части уравнения (10) составляет $0.5\rho_* \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}_*}{\partial t^2}$.

Действуя аналогично, убеждаемся, что линейные слагаемые правой части (10) имеют среднее интегральное значение 0, а нелинейные слагаемые –

$$0.5\rho_* c^2 \Delta [\vec{u}_* + (k_{mp} / \omega_c) \cdot \partial \vec{u}_* / \partial t] \approx 0.5\rho_* c^2 \Delta [\vec{u}_*] \quad \text{и} \quad 0.5\rho_* \vec{\Psi}_*,$$

соответственно. Как видим, по причине высокого значения синфазной частоты, *в результате усреднения влияние внутреннего трения на амплитуды синфазных колебаний нивелируется*. Но мощность сил трения влияет на характеристики заряда и будет учтена при их моделировании.

В результате приходим к следующему уравнению для амплитудной функции \vec{u}_* синфазных колебаний:

$$\frac{\partial^2 \vec{u}_*}{\partial t^2} = c^2 [\text{grad div } \vec{u}_* - \text{rot rot } \vec{u}_*] + \vec{\Psi}_*,$$

или

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{u}_*}{\partial t^2} - \Delta \vec{u}_* = \frac{1}{c^2} \vec{\Psi}_*. \quad (14)$$

Заметим, что равенство (14) является неоднородным *волновым векторным уравнением* и описывает группу продольно-поперечных синфазных колебаний упругого континуума, имеющего дефекты. Если принять, что

$$\vec{\Psi}_* = \text{grad } U_* + \text{rot } \vec{L}_*, \quad \text{то и} \quad \vec{u}_* = \text{grad } \varphi_* + \text{rot } \vec{A}_*,$$

причем потенциалы φ_* и \vec{A}_* удовлетворяют известной системе соотношений:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi_*}{\partial t^2} = \text{div grad } \varphi_* + \frac{U_*}{c^2}, \quad (15)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}_*}{\partial t^2} = \Delta \vec{A}_* + \frac{\vec{L}_*}{c^2}, \quad (16)$$

где уравнение (15) описывает распространение продольной волны изменения амплитуды колебаний (но не давления, а упругого напряжения), а уравнение (16) – распространение продольно - поперечной (при дополнительном условии $\text{div } \vec{L}_* = 0$ – только лишь поперечной) волны изменения амплитуды.

Факторизация волнового уравнения активной механической среды в форме соотношений Максвелла. Под термином *факторизация* в математической и квантовой физике понимают приведение векторных уравнений второго порядка к системе уравнений первого порядка. Потенциалы U_* , \vec{L}_* , используемые в правых частях уравнений (15) и (16), для решения различных задач механики исследуемой среды могут выбираться произвольно. Но если правая часть уравнения (14) отвечает возмущениям, которые вызывают заряды и токи, то эти потенциалы должны удовлетворять трем условиям:

- поле \vec{u}_* за пределами зарядов является несжимаемым (чтобы не нарушить синфазное изменение плотности и нивелировать влияние трения):

$$\text{div grad } \varphi_* = 0, \quad (17)$$

откуда должен следовать закон Кулона для напряженности \vec{E} электрического поля,

$$\text{div } \vec{E} = 4\pi \cdot q, \quad (18)$$

где q – это объемная плотность зарядов, локализованная внутри заряженной области среды,

- закон сохранения заряда

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \text{div } \vec{J} = 0; \quad (19)$$

приводит к условию на взаимный выбор потенциалов вида

$$\frac{\partial \varphi_*}{\partial t} + \text{div } \vec{A}_* = 0, \quad (20)$$

которое аналогично условию для потенциалов возмущающих сил,

$$\frac{\partial U_*}{\partial t} + \text{div } \vec{L}_* = 0, \quad (21)$$

где \vec{J} – это объемная плотность токов, вызванных движением зарядов.

- сила, действующая на электрический заряд Q , имеющий скорость \vec{v} , описывается *формулой Лоренца*

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{H} / c) = Q \cdot \vec{E} + Q \cdot \vec{v} \times \vec{H} / c, \quad (22)$$

причем напряженность \vec{H} магнитного поля имеет следующие производные (полученные в известных трудах Фарадея, Савара, Лапласа и Максвелла):

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0, \quad \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -c \cdot \operatorname{rot} \vec{E}. \quad (23)$$

Чтобы решить аналогичную задачу для представления электромагнитного поля Лоренц отказался от потенциалов φ_* , \vec{A}_* классической теории поля и использовал специальные потенциалы φ , \vec{A} , связав их калибровочным условием, похожим на (20):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{c} \cdot \operatorname{div} \vec{A} = 0, \quad (24)$$

причем для вычисления этих потенциалов он использовал дифференциальные уравнения, похожие на (15), (16):

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi + 4\pi \cdot q, \quad (25)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \Delta \vec{A} + \frac{4\pi}{c} \cdot \vec{J}. \quad (26)$$

После чего для выбора напряженностей \vec{E} и \vec{H} он использовал формулы

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi - \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

и показал [13, с. 442; 14], что эти величины удовлетворяют системе уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{E} = 4\pi \cdot q, \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}, & \operatorname{div} \vec{H} = 0. \end{cases} \quad (27)$$

Мы вправе использовать этот вывод, если укажем связь между напряженностями \vec{E} , \vec{H} и конкретными характеристиками механической среды; при этом необходимо прояснить физический смысл формулы (22) для силы Лоренца. В научной литературе можно найти различные варианты решения этой проблемы.

Так, в [9], где для моделирования эфира использовались нестационарные колебания пассивной механической среды, скорость $\partial \vec{u} / \partial t$ смещения среды трактовалась как напряжение \vec{H} (*теория света Неймана*) или как напряжение \vec{E} (*теория света Фарадея*).

Что касается Максвелла, так он трактовал напряженность \vec{E} как смещение \vec{u} , а величину $\partial \vec{E} / \partial t$ назвал *током смещения*; такой термин используется в физике и в наше время.

В работах [5, 6], где для моделирования эфира использовались синфазные колебания активной механической среды, величина \vec{H} отвечала амплитуде $\operatorname{rot} \partial \vec{u}_* / \partial t$ колебаний угловой скорости закручивания среды, поэтому второе слагаемое формулы (22) трактовалось как известный *эффект Магнуса*. Однако, как будет показано далее в этом пункте статьи, указанную амплитуду следует вычислять по другой формуле.

Заметим, что если напряженности \vec{E} , \vec{H} получают физическую размерность ускорений [м/с²], то второе слагаемое формулы (22) можно трактовать как известную *силу Кориолиса* [15] (которая, на самом деле, является не реально действующей силой, а релятивистским эффектом). Тогда сумма, стоящая в скобках, объединит амплитуды колебаний для двух ускорений – ускорения заряда относительно среды и ускорения Кориолиса, вызванного вращением среды [15]. Величина Q , используемая в равенстве (22), получит физическую размерность [кг] и определится формулой $Q = \rho_* \cdot V$, где V – это некий средний (или эффективный) объем области, занимаемой зарядом; детально это понятие в данной публикации не анализируется.

Пусть \vec{u}_* является решением уравнения (14). Тогда, как показано в [13], поле $\vec{E} = \vec{u}_*$ также является решением этого уравнения, и в паре с соответствующей функцией \vec{H} удовлетворяет системе уравнений Максвелла, в том числе условию

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -c \cdot \operatorname{rot} \vec{E}.$$

Причем, что полностью соответствует взглядам Максвелла, но противоречит нашим теперешним устремлениям, поле \vec{E} (как и поле \vec{H}) имеет размерность смещения, а нужно иметь поле ускорений. Положение легко исправить, если учесть, что амплитуда колебания ускорений среды определяется формулой

$$\vec{a}_*^c = \partial^2 \vec{u}_* / \partial t^2 - \omega_c^2 \cdot \vec{u}_*,$$

где первое слагаемое мало, и им можно пренебречь.

Для нестационарного поля величина абсолютного ускорения заряда, имеющего скорость \vec{v} , складывается из относительного \vec{a}^c и кориолисового \vec{a}^k ускорения и вычисляется по известному правилу

$$\vec{a} = \vec{a}^c + \vec{a}^k = \partial^2 \vec{u} / \partial t^2 - \vec{v} \times \text{rot} \partial \vec{u} / \partial t,$$

которому можно придать следующий эквивалентный вид:

$$\vec{a} = \vec{a}^c + \vec{a}^k = \partial^2 \vec{u} / \partial t^2 - \vec{v} \times \text{rot} \vec{\Lambda},$$

где $\vec{\Lambda} = \int \partial^2 \vec{u} / \partial t^2 dt$ – это первообразная функция для ускорения.

У синфазного поля, пульсирующего с круговой частотой ω_c , процедура усреднения относительного ускорения \vec{a}^c приводит к формуле

$$\vec{a}_*^c = -\vec{u}_* \cdot \omega_c^2 + \partial^2 \vec{u}_* / \partial t^2,$$

где второе слагаемое значительно (на много порядков) меньше первого, и им можно пренебречь.

В результате, амплитуды соответствующих колебаний связаны другим равенством:

$$\vec{a}_* = \vec{a}_*^c + \vec{a}_*^k = -\vec{u}_* \cdot \omega_c^2 + \vec{v} \times \text{rot} \vec{\Lambda}_* \cdot \omega_c^2,$$

где $\vec{\Lambda}_*$ является первообразной функцией для амплитуды колебаний смещения среды, $\vec{\Lambda}_* = \int \vec{u}_* dt$.

Обозначим:

$$\vec{E}_* = -\omega_c^2 \cdot \vec{u}_* = -\text{grad} \varphi - \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{A}_* = c \cdot \omega_c^2 \cdot \vec{\Lambda}_*, \quad \vec{H}_* = \text{rot} \vec{A}_*, \quad (28)$$

где потенциалы φ , \vec{A} являются решениями уравнений

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \text{div grad} \varphi + 4\pi \cdot q_*, \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \Delta \vec{A} + \frac{4\pi}{c} \cdot \vec{J}_* \quad (29)$$

и удовлетворяют условию Лоренца (24), причем здесь выполняется очевидное равенство $\text{rot} \vec{A}_* = \text{rot} \vec{A}$, откуда следует эквивалентное (28) определение

$$\vec{H}_* = \text{rot} \vec{A}. \quad (30)$$

Тогда сила Лоренца определяется формулой

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{E}_* + \vec{v} \times \vec{H}_* / c), \quad (31)$$

напряженности \vec{E}_* , \vec{H}_* удовлетворяют системе уравнений Максвелла,

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{E}_* = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_*}{\partial t}, & \text{div} \vec{E}_* = 4\pi \cdot q_*, \\ \text{rot} \vec{H}_* = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_*}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}_*, & \text{div} \vec{H}_* = 0, \end{cases} \quad (32)$$

а плотности зарядов $q_* [1/c^2]$ и токов $\vec{J}_* [M/c^3]$ связывает закон сохранения положительных и отрицательных зарядов (в дифференциальной форме, плотность $q_* = q_*^+ + q_*^-$, \vec{V}^\pm – поля скоростей движения этих зарядов):

$$\frac{\partial q_*^\pm}{\partial t} + \text{div}(q_*^\pm \cdot \vec{V}^\pm) = 0. \quad (33)$$

Напомним, что в механике форму, аналогичную (33), имеет закон сохранения массы и уравнение неразрывности сплошной среды.

Соотношения (28) – (33) дают искомую механическую интерпретацию уравнения Максвелла для электромагнитного поля.

Используем эти соотношения и получим формулы для вектора $\vec{\Psi}_* = \vec{\Psi}_*^+ + \vec{\Psi}_*^-$ из правой части уравнения (14), имеющие ясный механический смысл:

$$\vec{\Psi}_* = -\frac{4\pi c^2}{\omega_c^2} \cdot \left[\text{grad} q_* + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{J}_*}{\partial t} \right], \quad \vec{\Psi}_*^\pm = -\frac{4\pi}{\omega_c^2} \cdot \left[c^2 \text{grad} q_*^\pm + q_*^\pm \cdot \frac{\partial \vec{V}^\pm}{\partial t} - \text{div}(q_*^\pm \cdot \vec{V}^\pm) \cdot \vec{V}^\pm \right]. \quad (34)$$

В то же время необходимо заметить, что поле токов \vec{J}_* в общем случае не является соленоидальным, поэтому первое равенство (34) не служит представлением поля $\vec{\Psi}_*$ в виде суммы потенциальной и вихревой части, и получить из него выражения для классических потенциалов U_* , \vec{L}_* проблематично.

Кроме того, формула (34) не учитывает влияние стационарных токов, и это не случайно, поскольку, как это

следует из вида уравнения (14), к любому его решению \vec{u}_* в качестве неизвестной «константы интегрирования» можно прибавить произвольное стационарное соленоидальное поле \vec{u}_*^0 , являющееся решением соответствующей задачи магнитостатики. Добавка \vec{u}_*^0 для уравнения (14) определяется заданием соответствующих начальных условий, а в системе (32) она уже учтена в расчетных уравнениях. В этом смысле уравнения Максвелла (32) лучше, чем уравнение колебаний (14), поскольку в них учтено больше информации о моделируемом процессе, но по сути рассматриваемых здесь вопросов данное обстоятельство ничего не изменяет.

Сказанное выше касается и целесообразной замены первообразной функции $\vec{\Lambda}_*$ на потенциал \vec{A} в определениях (28) и (30). Пусть, для примера, по завершении переходного процесса поля зарядов и токов становятся стационарными. Тогда при условии $t \rightarrow \infty$ значение \vec{A} стабилизируется на постоянном уровне, а модуль вектора $\vec{\Lambda}_*$ возрастает неограниченно. Что объясняется различием определений:

$$\vec{A}_* = \int c \cdot \omega_c^2 \cdot \vec{u}_* dt, \quad \vec{A} = \int [c \cdot \omega_c^2 \cdot \vec{u}_* - c \cdot \text{grad } \varphi] dt;$$

причем это различие не влияет на результат вычисления ротора, но изменяет асимптотику интегрирования.

Колебательная энергия активной среды и температурный фактор. В области T , где заряды и токи зарядов отсутствуют, уравнения (29) для динамических потенциалов становятся однородными,

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \Delta \vec{A}, \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \Delta \varphi,$$

а система уравнений Максвелла (32) принимает вид

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E}_* = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_*}{\partial t}, & \text{div } \vec{E}_* = 0, \\ \text{rot } \vec{H}_* = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_*}{\partial t}, & \text{div } \vec{H}_* = 0 \end{cases} \quad (35)$$

и соответствует известным уравнениям электромагнитного поля в вакууме [13].

Определим плотность w_c полной механической энергии синфазного поля продольно-поперечных колебаний формулой

$$w_c = k_c \cdot (\vec{E}_*^2 / 2 + \vec{H}_*^2 / 2), \quad (36)$$

где $k_c = \rho_* / \omega_c^2$.

Равенство (36) полезно переписать также и в следующем эквивалентном виде:

$$w_c = \rho_* \cdot ((\vec{v}_E)^2 / 2 + (\vec{v}_H)^2 / 2),$$

где величины \vec{v}_E, \vec{v}_H имеют размерность скоростей и определяются формулами $\vec{v}_E = \vec{E}_* / \omega_c$, $\vec{v}_H = \vec{H}_* / \omega_c$.

Тогда полная механическая энергия W_c синфазного поля продольно-поперечных колебаний, заполняющего эту область, вычисляется по формуле:

$$W_c = k_c \cdot \iiint_T (\vec{E}_*^2 / 2 + \vec{H}_*^2 / 2) dV. \quad (37)$$

Похожая задача рассматривалась в [4], но система вида (35) отвечала не синфазному полю, а полю поперечных колебаний упругого континуума, и имела другие коэффициенты. Сформулируем и докажем следующее утверждение.

Теорема. Пусть T – это некоторая область механической среды с дефектами, свободная от зарядов и токов и ограниченная поверхностью Ω (рис. 7), а полная энергия W_c поля, заполняющего область, вычисляется по формуле (37), где напряжения \vec{E}_* и \vec{H}_* удовлетворяют системе уравнений Максвелла (35).

Тогда мощность $P(t) = \partial W_c / \partial t$, протекающая через границу Ω в момент времени t , равняется потоку $\Pi_\Omega(\vec{S})$ вектора $\vec{S} = (c \cdot k_c) \cdot [\vec{E}_*, \vec{H}_*]$ через поверхность Ω , то есть

$$\partial W_c / \partial t = \oiint_\Omega (\vec{S}, \vec{n}_0) d\sigma,$$

где \vec{n}_0 – внешняя нормаль к поверхности.

Похожий вектор $\vec{S}_* = [\vec{E}_*, \vec{H}_*]$ в теории электромагнитного поля называется вектором энергии (исполь-

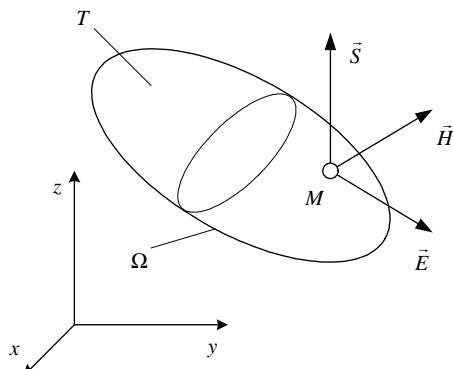


Рис. 7 – Направление вектора переноса энергии синфазных колебаний.

зуются также названия *вектор Пойтинга* или *Умова – Пойтинга*).

Для доказательства сформулированной теоремы, как и в [4], вычислим дивергенцию этого вектора:

$$\operatorname{div} \vec{S} = \operatorname{div} [\vec{E}_*, \vec{H}_*] = (\vec{E}_*, \operatorname{rot} \vec{H}_*) - (\vec{H}_*, \operatorname{rot} \vec{E}_*),$$

далее умножаем обе части 1-го уравнения системы (35) скалярно на вектор \vec{H}_* , 3-го уравнения – на вектор \vec{E}_* ,

$$(\vec{H}_*, \operatorname{rot} \vec{E}_*) = -c^{-1} (\vec{H}_*, \partial \vec{H}_* / \partial t), \quad (\vec{E}_*, \operatorname{rot} \vec{H}_*) = c^{-1} (\vec{E}_*, \partial \vec{E}_* / \partial t),$$

и полученные результаты вычтем в указанном ниже порядке:

$$(\vec{E}_*, \operatorname{rot} \vec{H}_*) - (\vec{H}_*, \operatorname{rot} \vec{E}_*) = c^{-1} (\vec{E}_*, \partial \vec{E}_* / \partial t) + c^{-1} (\vec{H}_*, \partial \vec{H}_* / \partial t) = c^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} [\vec{E}_*^2 / 2 + \vec{H}_*^2 / 2].$$

Следовательно,

$$\operatorname{div} \vec{S} = c^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} [\vec{E}_*^2 / 2 + \vec{H}_*^2 / 2], \quad \text{откуда} \quad \operatorname{div} \vec{S} = k_c \cdot \frac{\partial}{\partial t} [\vec{E}_*^2 / 2 + \vec{H}_*^2 / 2].$$

Далее воспользуемся известной *формулой Гаусса – Остроградского* и получим:

$$\Pi_{\Omega}(\vec{S}) = \oint_{\Omega} (\vec{S}, \vec{n}_0) d\sigma = \iiint_T \operatorname{div} \vec{S} dV = k_c \cdot \iiint_T \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\vec{E}_*^2}{2} + \frac{\vec{H}_*^2}{2} \right] dV = k_c \cdot \frac{\partial}{\partial t} \iiint_T \left[\frac{\vec{E}_*^2}{2} + \frac{\vec{H}_*^2}{2} \right] dV = \frac{\partial W_c}{\partial t} = P(t).$$

Следовательно, $\Pi_{\Omega}(\vec{S}) = P(t)$, что и требовалось доказать.

Аналогичное утверждение в электродинамике называют *теоремой Умова – Пойтинга* [16].

Заметим, что интеграл (37) описывает не всю колебательную энергию активной механической среды. В одной из дальнейших публикаций мы изучим области, занятые зарядами, и получим формулы для энергии колебаний среды в этих областях. Влияние дефектов, находящихся за пределами зарядов и колеблющихся синфазно с постоянной амплитудой давления p_* , в интеграле (37) также не учитываются. Чему, кроме формальной причины (они не создают напряженностей синфазного поля), можно дать другое объяснение. Плотность w_d энергии продольных колебаний среды, связанных с изменением объема дефектов, определяется очевидной формулой

$$w_d = 0.5 \cdot G_0^{-1} \cdot p_*^2, \quad (38)$$

где величина $G_0^{-1} = 1/(c^2 \rho_0)$ играет роль *коэффициента сжимаемости*; формула (38) фактически повторяет зависимость для энергии газа (или жидкости), равномерно сжимаемых в полости.

Любая энергия задана с точностью до аддитивного слагаемого, определяющего ее начальный или характерный уровень. И поскольку величина p_* не изменяется, то и плотность w_d можно не учитывать.

Но тут необходимо заметить следующее. В физическом пространстве заряды быстро перемещаются по среде и их относительный суммарный объем не велик, а микрочастицы (дефекты) остаются неподвижными. Поэтому тепло, выделяемое при колебаниях дефектов вследствие трения, возникает повсеместно и, априори, способно привести к перегреву всей среды и изменению ее упругих свойств. Но этому препятствуют четыре фактора.

1. В действительности, *тепло не выделяется за пределами дефектов*. Приведем обоснование этого парадоксального утверждения. После стандартного для теории колебаний способа учета внутреннего трения [17] уравнение (13) для давления примет следующий вид:

$$c^{-2} \partial^2 p / \partial t^2 = \operatorname{div} \operatorname{grad} (p + (\psi_{mp} / \omega_c) \cdot \partial p / \partial t) - (\omega_c / c) (p - p_0), \quad (39)$$

где ψ_{mp} – это коэффициент гистерезисного трения.

Как видим, если давление изменяется по правилу

$$p = p_0 + p_* \cdot \sin \omega_c t,$$

причем величины p_0 , p_* являются константами (либо гармоническими функциями, что отвечает области, занятой зарядом), то наличие трения никак не сказывается на колебаниях, и здесь тепло не выделяется.

2. Можно предположить, что в силу действия трения *какое-то тепло выделяется на границах дефектов, но в небольшом количестве*. Поскольку коэффициент трения ψ_{mp} для продольных колебаний значительно меньше, чем коэффициент трения k_{mp} для поперечных колебаний [17], то и тепла выделяется мало.

3. Часть выделившегося тепла утилизирует *информационное поле* [2], где идут процессы, приводящие к уменьшению энтропии.

4. *Повышению температуры среды препятствует компенсирующий фактор, связанный с ее расширением*; давление p_0 в ней медленно падает (рис. 3), что сопровождается снижением температуры. Причем, как это следует из формулы (38), количество тепла, выделяемого при колебаниях дефектов, зависит от квадрата амплитуды p_*^2 , и существует значение амплитуды, при котором эти факторы уравниваются друг – друга. После чего темпера-

тура среды будет оставаться стабильной длительное время, что наблюдаем сейчас в физическом пространстве.

Таким образом, значения амплитуд p_* и ρ_* колебания давления и плотности определяются фактором стабильности температуры среды и зависят от величины производной dp_0/dt .

Механизм, поддерживающий стабильность температуры, включает изменение синфазной частоты колебаний поля, которая при этом остается одинаковой для всей среды. Для его моделирования вместо (39) используется неоднородное уравнение Клейна – Гордона с пульсирующей правой частью:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \Delta(p - (\psi_{mp}/\omega_c) \cdot \partial p / \partial t) - \frac{\omega_c^2}{c^2} (p - p_0 - P^* \cdot \sin(\omega_c^* t)), \quad (40)$$

где амплитуда P^* считается известной величиной, а круговая частота ω_c^* является варьируемым параметром.

Так вблизи атомного ядра эта амплитуда оценивается формулой

$$P^* = (p_0 - p_\infty) \cdot \varepsilon_m,$$

где p_∞ – давление, отвечающее точке M_∞ на рис. 3; ε_m – средний относительный объем, занимаемый ядром.

Тогда в синфазном решении $p = p_0 + p_* \cdot \sin(\omega_c^* t)$ уравнения (40) величины p_* и ω_c^* связывают равенства

$$(\omega_c^2 - \omega_c^{*2}) p_* = \omega_c^2 \cdot P^* \quad \text{или} \quad p_* = \frac{(p_0 - p_\infty) \cdot \varepsilon_m}{1 - (\omega_c^* / \omega_c)^2}. \quad (41)$$

Перспективы дальнейших исследований и выводы. Более подробно указанную связь между динамическими характеристиками среды мы будем изучать в других статьях данного цикла. В завершение этой статьи укажем на следующую возможность, которая вытекает из развиваемой теории. Предположим, что она окажется верной не только для исследуемой активной среды, но и для моделируемого с ее помощью физического пространства. Предположим также, что мы разработаем технологию повышения температуры среды в некоторой области пространства (например, за счет высокочастотных колебаний плазмы на ее границах). Тогда в среде автоматически включится механизм компенсации, значения амплитуд p_* и ρ_* снизятся и, как следствие, которое будем обосновывать в следующих статьях, материальные тела, находящиеся внутри области, уменьшат свою инерционную и гравитационную массы (рис. 8).

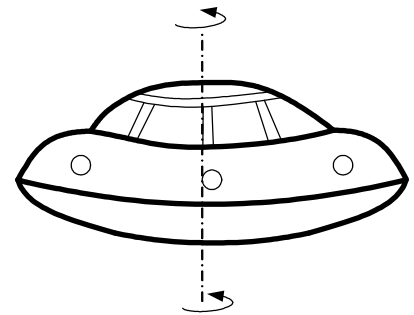


Рис. 8 – Схематическое изображение малоинерционного летающего объекта внутри кокона из плазмы.

При этом можно рассчитывать на то, что если завершить построение новой теории и применить эту технологию со знанием дела, то материя не разрушится, но по некоторым параметрам приблизится к свойствам голограммы. Причем эти изменения будут обратимыми.

Сформулируем краткие выводы по изложенному материалу. В исследуемой активной механической среде наблюдается два вида колебаний:

- продольные, описываемые уравнением Клейна – Гордона (13) и создающие синфазное поле изменения давления (и плотности);
- и синфазные продольно-поперечные, описываемые волновым векторным уравнением (14) или уравнениями Максвелла (32).

Причем:

- плоские (или сферические) продольные и поперечные синфазные волны распространяются с одинаковой скоростью, что соответствует известному свойству физического пространства;
- поток энергии синфазных колебаний можно определять при помощи вектора Умова – Пойтинга;
- амплитуды синфазных колебаний давления и плотности обеспечивают температурное равновесие расширяющейся среды.

В следующих публикациях этого цикла будут представлены такие элементы разрабатываемой (и уточняемой) теории:

- математическая модель механического аналога электрического заряда;
- физические и математические модели инерционной и гравитационной массы для частицы материи;
- математическая модель аналога гравитационного поля;
- физические и математические модели, описывающие спин частицы.

Кроме того, будет дана механическая интерпретация для волны де Бройля, комптоновского радиуса и групповой скорости частицы, а также будут указаны причины, приводящие к возникновению механического аналога для поля ядерных сил, действующих между массивными частицами сферической формы (нуклонами).

Список литературы

1. Вихман Э. Квантовая физика. – М.: Наука, 1974. – 391 с.
2. Григорьев А. Л. Гносеологический анализ целей и основных принципов организации управляемой эволюции белковых тел // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2019. – № 8 (1333). – С. 283 – 293.
3. Ванін В. А., Григорьев А. А. Результаты математического моделирования винтовых волн трансляции в нелинейных упругих континуумах, вибрирующих синфазно // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. – № 27. – С. 57 – 73.
4. Ванін В. А., Григорьев А. А. Вектор переноса энергии при поперечных смещениях упругой среды // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ», 2010. – № 37. – С. 59 – 68.
5. Ванін В. А., Григорьев А. А. Моделирование сил взаимодействия частиц при упругопластическом расширении среды // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ», 2011. – № 13. – С. 14 – 32.
6. Ванін В. А., Григорьев А. А. Волновые поля высокочастотных синфазных колебаний упругой среды // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ», 2010. – № 69. – С. 35 – 45.
7. Максвелл Дж. Трактат об электричестве и магнетизме. – В 2-х томах. – М.: Наука, 1989.
8. Пуанкаре А. О науке. – М.: Наука, 1983. – 559 с.
9. Лоренц Г. А. Теории и модели эфира. – М. – Л.: ОНТИ. Глав. ред. общетехн. лит-ры и номографии, 1936. – 68 с.
10. Ванін В. А., Григорьев А. А. Моделирование синфазных упругих колебаний в волноводах и сонотродах винтовой формы // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. – № 54 (960). – С. 25 – 38.
11. Рид К. Гильберт. – М.: Наука, 1977. – 361 с.
12. Дирак П. А. М. Воспоминания о необычайной эпохе. – М.: Наука, 1990. – 208 с.
13. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.
14. Парселл Э. Электричество и магнетизм. – М.: Наука, 1983. – 439 с.
15. Кител' Ч., Найт В., Рудерман Р. Механика. – М.: Наука, 1974. – 415 с.
16. Никольский В. В. Теория электромагнитного поля. – М.: Высшая школа, 1964. – 384 с.
17. Васильев Н. В. Теория колебаний. – К.: Вища школа, 1992. – 430 с.

References (transliterated)

1. Vikhman E. *Kvantovaya fizika* [Quantum Physics]. Moscow, Nauka, 1974. 391 p.
2. Grigor'yev A. L. Gnoseologicheskii analiz tseley i osnovnykh printsipov organizatsii upravlyayemoy evolyutsii belkovykh tel [Gnoseological analysis of the goals and basic principles of the organization of the controlled evolution of protein bodies]. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»*. Seriya: Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2019, no. 8 (1333), pp. 283–293.
3. Vanin V. A., Grigor'yev A. A. Rezul'taty matematicheskogo modelirovaniya vintovykh voln translyatsii v nelineynykh uprugikh kontinuumakh, vibriruyushchikh synfazno [The results of mathematical modeling of helical translation waves in non-linear elastic continua vibrating in phase]. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»*. Seriya: Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2012, no. 27, pp. 57–73.
4. Vanin V. A., Grigor'yev A. A. Vektor perenosy energii pri poperechnykh smeshheniyakh uprugoy sredy [Energy transfer vector for transverse displacements of elastic medium]. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University «KhPI»]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2010, no. 37, pp. 59–68.
5. Vanin V. A., Grigor'yev A. A. Modelirovaniye sil vzaimodeystviya chastits pri uprugoplasticheskom rasshirenii sredy [Modeling of the interaction forces of particles during elastoplastic expansion of a medium]. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University «KhPI»]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2011, no. 13, pp. 14–32.
6. Vanin V. A., Grigor'yev A. A. Volnovyye polya vysokochastotnykh synfaznykh kolebaniy uprugoy sredy [Wave fields of high-frequency in-phase oscillations of elastic medium]. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University «KhPI»]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2010, no. 69, pp. 35–45.
7. Maksvell J. *Traktat ob elektrichestve i magnetizme* [Treatise on Electricity and Magnetism, in 2 volumes]. Moscow, Nauka Publ. 1989.
8. Puan'kare A. *O nauke* [On Science]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 559 p.
9. Lorentz G. A. *Teorii i modeli efira* [Theories and Models of Ether]. Moscow – Leningrad, ONTI. Glav. red. obshhetekhn. lit-ry i nomografii Publ., 1936. 68 p.
10. Vanin V. A., Grigor'yev A. A. Modelirovaniye synfaznykh uprugikh kolebaniy v volnovodakh i sonotrodakh vintovoy formy [Modeling in-phase elastic vibrations in helical waveguides and sonotrodes]. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»*. Seriya: Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2012, no. 54 (960), pp. 25–38.
11. Rid K. *Gil'bert* [Hilbert]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 361 p.
12. Dirac P. A. M. *Vospominaniya o neobychnoy epokhe* [Memoirs of an extraordinary era]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 208 p.
13. Tikhonov A. N., Samarskiy A. A. *Upravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 724 p.
14. Parsell E. *Elektrichestvo i magnetizm* [Electricity and Magnetism]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 439 p.
15. Kitel' Ch., Nayt V., Ruderman R. *Mekhanika* [Mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 415 p.
16. Nikol'skiy V. V. *Teoriya elektromagnitnogo polya* [Theory of electromagnetic field]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1964. 384 p.
17. Vasil'yev N. V. *Teoriya kolebaniy* [Vibration Theory]. Kyiv, Vishha shkola Publ., 1992. 430p.

Поступила (received) 26.10.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Набока Олена Олексіївна (Набока Елена Алексеевна, Naboka Olena Oleksiivna) – кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-60-35; e-mail: lena622651@gmail.com.

Григор'єв Олександр Львович (Григорьев Александр Львович, Grigoriev Alexander L'vovich) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.